

## MATEMÁTICAS PENDIENTES 3º E.S.O. 2012-13

Al operar deberás tener en cuenta:

### A) LA PRIORIDAD O JERARQUÍA DE OPERACIONES

1º Primero se operan siempre los paréntesis hasta convertirlos en un número o en la expresión más reducida posible. Si hay varios incluidos unos en otros se calculan del interior al exterior.

2º Se operan las potencias y raíces (igual prioridad).

3º Se operan las multiplicaciones y divisiones (igual prioridad, si van seguidas, la que antes te encuentres).

4º Por último se operan las sumas y restas (igual prioridad).

Siempre que encuentres operaciones de igual prioridad opera primero la que encuentres antes comenzando por tu izquierda.

#### 1. Calcula:

- a)  $2 \cdot 3 + 4 =$  ;  $2 \cdot (3 + 4) =$  ;  $(3 + 4) \cdot 2 =$  ;  $3 \cdot 2^3 =$  ;  $3 + 2^3 =$  ;  $(3 + 2)^3 =$   
 b)  $3 + 4^2 \cdot 2 =$  ;  $8 : 2 \cdot 4 =$  ;  $8 : (2 \cdot 4) =$  ;  $8 : 4 : 2 =$  ;  $12 : 4 + 2 =$  ;  $12 : (4 + 2) =$   
 c)  $-3(-2)5 + 3 =$  ;  $16 \div (-4) \div (-2) =$  ;  $16 \div [(-4) \div 2] =$  ;  $(5 - (-2))^2 =$  ;  $-(-3)^2 - (-3) =$   
 d)  $8 - (-3)^2(-1) =$  ;  $3 - 2(6 - 4 \div 2) - 2 \cdot 3 - 1 =$  ;  $8 - 5((3 - 4)2 - 5(6 - 4)) =$  ;  
 e)  $3 - 2(7 - 12 \div 2)(-2) - 2 \cdot 6 - 3^2 - (2 - 5 \cdot 2^2) =$  ;  $7^3 - 2^3 + (5 + 3)^2 - 3^2 - (-3)^2 \cdot 7 =$  ;

Ten **cuidado** con:  $-3^2 = -9$  (el exponente no afecta al signo)

$(-3)^2 = +9$  (el exponente si afecta al signo por estar dentro del paréntesis)

Ten **cuidado** con la propiedad asociativa del producto al multiplicar tres o más números:

$-2(3)(-5) = -2 \cdot (3) \cdot (-5) = -6 \cdot (-5) = 30$  (no la confundas con la propiedad distributiva).

### B) LA REGLA DE LOS SIGNOS EN LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN.

$+\cdot+=+$ ;                       $+\cdot=-$ ;                       $+\div+=+$ ;                       $+\div=-$ ;  
 $- \cdot - = +$ ;                       $- \cdot + = -$ ;                       $- \div - = +$ ;                       $- \div + = -$ ;

Observa que:  $-(-3) = +3$ ;  $\frac{-3}{-2} = +\frac{3}{2}$ ;  $-(3) = -3$ ;  $\frac{+3}{+2} = +\frac{3}{2}$ ;

$+(-3) = -3$ ;  $\frac{-3}{+2} = -\frac{3}{2}$ ;  $+(3) = +3$ ;  $\frac{+3}{-2} = -\frac{3}{2}$

Si un número no lleva signo alguno delante es que lleva el signo + solo que no se pone.

### 2. Resuelve los siguientes problemas de números enteros:

2.1 Una familia tiene un gasto mensual de 600 euros por el alquiler de un piso. ¿A cuánto asciende este gasto en un año? ¿Cuántos meses habría dejado de pagar si tuviera una cuenta con el dueño de -2400 euros?

2.2 Un depósito contiene 4420 litros de agua. Se abren al mismo tiempo un grifo, que vierte en el depósito 28 litros de agua por minuto y un tubo para regar, por el que salen 45 litros por minuto. ¿Cuántos litros de agua habrá en el depósito al cabo de 15 minutos?

2.3 Calcula la diferencia de altura entre el Everest, que mide 8848 m. y las Fosas Marinas, que llega a - 11022 m.

### 3. Resuelve los siguientes problemas de divisibilidad:

3.1 En una parada de autobuses coinciden dos líneas, A y B. Los vehículos de la línea A pasan cada 15 minutos, y los de la B, cada 20 minutos. Son las ocho y veinte de la mañana y hay un autobús de cada línea en la parada. ¿A qué hora volverán a coincidir?

3.2 Tres jóvenes tardan 40, 50 y 60 segundos en dar una vuelta a una pista de atletismo. Si han salido los tres al mismo tiempo, ¿cuándo volverán a coincidir los tres en la salida?

3.3 Se desea embalar 36 botellas de refresco en cajas iguales. ¿De cuántas maneras se puede hacer?

### C) EN LAS FRACCIONES DEBES:

1º Antes de multiplicar, dividir o sumar, simplifica al máximo cada uno de las fracciones que intervienen en el problema.

2º Expresa el signo de la fracción claramente.

3º Cuando multipliques o dividas, simplifica la fracción antes de seguir operando.

4º En la suma utiliza el método del m.c.m.

5º Si encuentras un número decimal finito o periódico, pásalo a fracción irreducible antes de comenzar a trabajar.

**D) Si delante de un paréntesis hay un signo + ó -, es que multiplica a dicho paréntesis el número +1 ó -1 (si no hay signo es que está el signo +).**

Si entre paréntesis y números, paréntesis y letras, paréntesis y paréntesis no hay nada es que está el signo de multiplicar. Igual entre letras y números y entre letras y letras.

### 4. Opera simplificando al máximo el resultado:

$$a) \frac{2}{3} - \frac{7}{3} ; -\frac{2}{3} - \left(-\frac{7}{3}\right) ; -\frac{2}{3} + \left(-\frac{7}{3}\right) ; -\frac{2}{3} + \frac{7}{4} ; -\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{-7}{3}\right)$$

$$b) -\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{3}\right) ; \frac{3}{8} - \left(-\frac{2}{16}\right) ; \frac{5}{15} - \frac{6}{15} \cdot \frac{4}{3} + \frac{5}{2} ; \frac{12}{10} - \frac{2}{5} \cdot 3 + 2 ;$$

$$c) \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} + \frac{3}{7}\right) : \frac{2}{6} ; \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} + 2\right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4} + 1\right) ; \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) ;$$

### 5. Escribe como fracción los números decimales:

2,342 ; 3,262626... ; 6,52727272... ; 3,54 ; 6,876876876... ; 23,1288888... ; 2,6435435....

**6. Representa en la recta graduada racional los números (representa en una recta una fracción positiva y otra negativa, necesitarás dibujar 4 rectas):**

$$\frac{2}{3}, \frac{20}{15}, -\frac{15}{4}, \frac{15}{4}, -\frac{20}{8}, -\frac{11}{6}, -\frac{15}{5}, \frac{8}{3}.$$

7. **Ordena de mayor a menor (Calcula el m.c.m. de los denominadores y halla fracciones equivalentes).**

a)  $\frac{5}{3}$ ,  $\frac{8}{4}$  y  $\frac{9}{10}$  ;                      b)  $\frac{207}{250}$ ,  $\frac{103}{125}$  y  $\frac{41}{50}$ .

8. **Resuelve los siguientes problemas con fracciones.**

8.1 Un depósito de agua se encuentra a los  $\frac{2}{5}$  de su capacidad. Si la capacidad del depósito es de 5 000 litros, ¿cuántos litros contiene?

8.2 Mi amigo y yo hemos ido al colegio, él ha tardado  $\frac{4}{5}$  de hora en llegar y yo 12 minutos. ¿Quién ha tardado más y por qué?

8.3 De un tonel de vino de 200 litros se vendieron los  $\frac{7}{11}$  a 75 ptas. el litro, la quinta parte a 80 ptas. el litro y el resto a 85 ptas. el litro. ¿Cuánto vino se vendió a 75 ptas. el litro? ¿Cuánto importó la venta de la última partida

### REGLAS DE LA POTENCIACIÓN

1 Definición:  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a$  ( $n$  veces).

2 Producto de potencias de igual base:  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

3 División de potencias de igual base:  $a^n : a^m = a^{n-m}$  ó  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

4  $a^0 = 1$ .

5  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

6 Potencia de un producto:  $(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$ .

7 Potencia de una división:  $(a:b)^n = a^n : b^n$  ó  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .

8 Potencia de potencia:  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ .

Además debes tener en cuenta:

• Observa que  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$                       y                       $\left(-\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(-\frac{b}{a}\right)^n$ .

• Al resolver esta hoja **no te inventes normas nuevas**, ten en cuenta las reglas de la potenciación, prioridad de operaciones y simplificación de factores sobre todo.

9. **Calcula:**

a)  $2^2$ ;  $(-2)^2$ ;  $-2^2$ ;  $(-10)^5$ ;  $-10^8$ ;    b)  $3^{-4}$ ;  $-3^{-4}$ ;  $6^{-1}$ ;  $(-3)^{-4}$ ;

c)  $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ ;  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$ ;  $\left(-\frac{3}{4}\right)^0$ ;  $\left(\frac{1}{3^2}\right)^2$ ;  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$ ;  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ ;

**10. Opera, utilizando las propiedades de las potencias (todos los números que se puedan descomponer en factores, se descomponen)**

a)  $2^3 \cdot 32 \cdot 4$  ;  $3^2 \cdot 81 \cdot 8 \cdot 2^2$  ;  $625 \cdot 16 \cdot 5^2 \cdot 2^2$  ;  $2^4 : 2^5$  ;  $10^4 : 10^{-3}$  ;  
 b)  $\frac{2^8 \cdot 3^4}{16 \cdot 243}$  ;  $\frac{3^5 \cdot 8 \cdot 7}{9 \cdot 2^2 \cdot 49}$  ;  $\frac{5^2 \cdot 2 \cdot 11}{625 \cdot 6}$  ;  $(3^2)^4$  ;  $\frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^2}$

**11. Calcula (descomponiendo en factores) las siguientes raíces:**

a)  $\sqrt[4]{16}$                       b)  $\sqrt[3]{216}$                       c)  $\sqrt[3]{2000}$

**12. Expresa con notación científica los siguientes números:**

0,000 000 000 0667 ; 9 000 0000 000 ; 0,000 000 897 ; 23 780 000 000 000 ;

**13. Resuelve los siguientes problemas de proporcionalidad:**

13.1 Un campamento de refugiados que alberga a 4600 personas tiene víveres para 24 semanas. ¿En cuánto se reducirá ese tiempo con la llegada de 200 nuevos refugiados?

13.2 Cinco obreros, trabajando 6 horas diarias, han necesitado 12 días para levantar un muro. ¿Cuántos obreros necesitamos para construir ese muro en 9 días, trabajando jornadas de 10 horas?

13.3 Por 200 gramos de ciruelas he pagado 1,6 €. ¿Cuánto cuesta medio kilo de esas ciruelas?

13.4 Si para alimentar a 10 caballos durante 4 días necesitamos 120 kg de pienso, ¿durante cuánto tiempo podremos alimentar a 4 caballos con 180 kg de pienso?

**14. Resuelve los siguientes problemas de reparto proporcional:**

14.1 Se reparte cierta cantidad de dinero entre tres personas en partes directamente proporcionales a 4,  $\frac{7}{2}$  y  $\frac{5}{4}$ , respectivamente. Si a la tercera persona le han correspondido 4 130 €:

1. ¿Cuánto les corresponde a las otras dos?
2. ¿Cuál ha sido el total repartido?

14.2 Hemos comprado tres merluzas que pesaban 1,72 kg, 1,58 kg y 2,46 kg, respectivamente. En total hemos tenido que pagar 89,28 €. ¿Cuánto ha costado cada una?

14.3 Un equipo formado por tres personas, Victoria, Mercedes y Carlos, ha realizado cierto trabajo. Victoria ha invertido 15 horas; Mercedes, 12 horas, y Carlos, 8 horas. Si les pagan por el trabajo 441 €, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

**15. Resuelve los siguientes problemas de mezcla:**

15.1 Se mezclan 10 sacos de 40 kg de azúcar cada uno, cuyo precio es de 0,8 €/kg, con 100 kg de otra clase de azúcar, de 0,85 €/kg. ¿A cuánto sale el kilo de mezcla?

15.2 Se mezclan 36 kg de trigo, de 0,4 €/kg, con 60 kg de cebada, de 0,24 €/kg. ¿A cuánto sale el kilo de mezcla?

15.3 Mezclamos un lingote de 600 g con un 80% de oro con otro lingote de 550 g con un 95 % de oro. ¿Qué proporción de oro habrá en el lingote resultante?

**16. Resuelve los siguientes problemas de porcentajes:**

16.1 Un libro de 25 euros, aumenta su precio un 15 % ¿Cuánto vale ahora?

16.2 En las rebajas de enero hemos comprado un cuadro por 125 euros, una raqueta de tenis por 45 euros y un libro por 20 euros. ¿Cuántos nos habría costado cada uno antes de las rebajas si todos los artículos tienen disminuido su precio en un 20 %?

16.3 Calcula el tanto por ciento que representa:

i) 96 respecto de 480

ii) 16 respecto a 320

iii) 850 respecto a 5000

**17. Dados los polinomios:**  $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ ,  $q(x) = 5x^3 + 6x^2 - 4x + 1$  y

$r(x) = x^2 + 2x - 1$ . Calcula:

a)  $3p(x) + 2q(x)$ ,

b)  $p(x) \cdot r(x)$ ,

c)  $2p(x) - q(x)$ ,

**18. Sacar factor común en los siguientes polinomios:**

a)  $2x^4 - 10x^3 + 4x^2$

;

b)  $3x^5 - 18x^4 + 6x^3$

**19. Calcula los siguientes productos:**

a)  $(2x+7)(2x-7)$

b)  $(3x-1)^2$

c)  $(x+5)^2$

**20. Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a)  $\frac{x+1}{4} - \frac{2x-3}{5} + \frac{3x-9}{10} = -\frac{1}{2}$

b)  $\frac{2(x-1)}{8} - \frac{x-5}{36} = \frac{x-5}{9}$

c)  $x^2 + 5x = 0$

d)  $\frac{2x-3}{5} - \frac{x+1}{2} + \frac{3}{5}x = 2(x-4)$

e)  $x^2 - 16 = 0$

f)  $(3x-1)^2 = (5x+2)^2$

g)  $2x^2 - 4 = x$

h)  $2x^2 - 9x = 5$

i)  $\frac{x^2}{6} + \frac{(3x+1)^2}{9} - \frac{(2x-1)^2}{4} + \frac{5}{36} = 0$

**21. Resuelve siguientes problemas de ecuaciones:**

21.1 Una persona recorre  $\frac{3}{5}$  partes de un viaje en ferrocarril,  $\frac{7}{8}$  del resto en coche y los 26 km restantes en moto. ¿Cuántos kilómetros recorre?

21.2 Un padre tiene 39 años y su hijo 15. ¿Cuántos años hace que la edad del padre era el triple que la edad del hijo?

21.3 En la clase de 2ºA hay cierto número de alumnos. La clase de 2ºB tiene la mitad de los de 2ºA más 10 alumnos y 2ºC tiene la mitad de 2ºA más 8 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo si entre los tres hacen 90 alumnos?

21.4 Si a la mitad de un número le restas su tercera parte, y a este resultado le sumas  $\frac{85}{2}$ , obtienes el triple del número inicial. ¿De qué número se trata?

21.5 Al multiplicar un número entero por el resultado de aumentar su doble en 3 unidades, obtenemos 35. ¿De qué número se trata?

**22. Resuelve los siguientes ejercicios y problemas de sistemas de ecuaciones:**

22.1 Averigua cuántas soluciones tiene el siguiente sistema de ecuaciones, representando las dos rectas en los mismos ejes:

$$\begin{cases} -x + y = 5 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$$

22.2 Representa en los mismos ejes las rectas:

$$\begin{cases} -x + y = 1 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$$

¿En qué punto se cortan? ¿Cuántas soluciones tendrá el sistema?

22.3 i) Resuelve por sustitución: ii) Resuelve por el método gráfico:

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ -3x + 3y = 5 \end{cases}$$

iii) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases}$$

iv) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

22.4 Un número excede en 12 unidades a otro; y, si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

22.5 Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

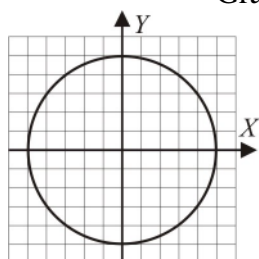
22.6 Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

### 23. Resuelve los siguientes ejercicios de funciones.

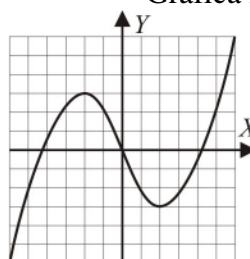
23.1 Escribe las distintas formas de expresar una función y pon un ejemplo de una de ellas.

23.2 De las dos gráficas siguientes, una es función y la otra no, di por qué una lo es y la otra no.

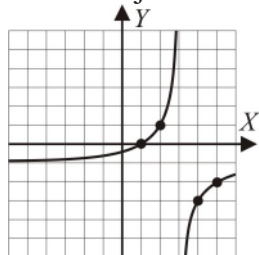
Gráfica 1



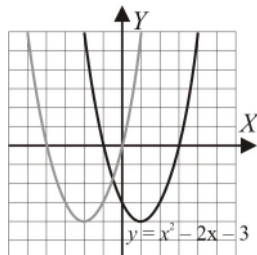
Gráfica 2



23.3 Dibuja las asíntotas de la siguiente hipérbola y halla sus fórmulas.

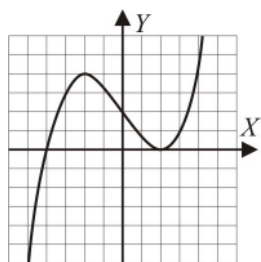


23.4 Escribe la ecuación de la gráfica gris que es una traslación horizontal de la gráfica negra:



23.5 Halla los puntos de corte con los ejes de la función:  $y = x^2 + x - 2$

23.6 Dada la función de la gráfica:



- ¿Dónde es creciente?
- ¿Dónde es decreciente?
- ¿Cuáles son los máximos y los mínimos relativos?
- ¿Dónde es convexa ( $\cup$ )?
- ¿Dónde es cóncava ( $\cap$ )?
- Calcula los puntos de corte con los ejes.

23.7 Borja lleva sus fotografías digitales a un establecimiento para sacarlas en papel. Le cobran 5 € fijos de tasa más 40 céntimos por cada fotografía.

- Expresa el dinero que se paga en función del número de fotografías.
- ¿Es una función discreta o continua?
- Calcula el precio si saca 10 fotografías.
- Calcula el número de fotografías que ha sacado si ha pagado 11 €

23.8 Pedro irá el próximo curso a estudiar a Londres y se alojará en la casa de su amigo Juan.

Quiere apuntarse a un gimnasio y ha preguntado los precios en los dos que hay cerca de la casa de Juan. En uno de ellos, al que acude Juan todas las mañanas, le han dicho que cobran 70 € de matrícula y 35 € al mes. En el otro, no cobran matrícula pero cuesta, al mes, 40 €

A Pedro le gustaría ir al mismo gimnasio que Juan pero cree que, como solo podrá ir ocho meses, le saldrá más barato ir al otro.

¿Está Pedro en lo cierto? Razona tu respuesta calculando el precio que, por ocho meses, cobra cada uno de los dos gimnasios.

- ¿A partir de cuántos meses resulta más barato el gimnasio de Juan? Justifica tu respuesta.

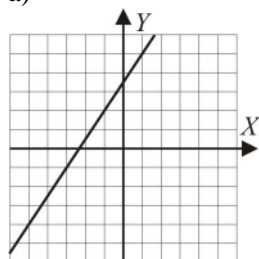
23.9 Define una función afín y pon un ejemplo.

23.10 Representa las siguientes funciones:

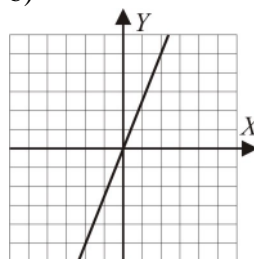
a)  $y = \frac{5}{x}$       b)  $y = -\frac{4}{x+3} - 1$

23.11 Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a)



b)



23.12 Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $A(2, 3)$  y  $B(-1, 6)$

23.13 Representa la función:  $y = x^2 - 4x + 3$ , siguiendo todos los pasos.

23.14 Desde un tejado situado a 75 metros de altura, se lanza una bola verticalmente hacia arriba. La altura, “y”, de la bola sobre el nivel del suelo viene dada por:  $y = -5x^2 + 10x + 75$ ; donde  $x$  es el número de segundos que han transcurrido desde el instante que se lanzó la bola.

- ¿Qué altura alcanza la bola para  $x = 0$ ,  $x = 2$  y  $x = 5$ ?
- ¿Cuándo alcanzará el punto más alto? ¿A qué altura está ese punto?
- Haz una representación gráfica que se aproxime a esta situación.

**24. Resuelve los siguientes ejercicios de geometría.**

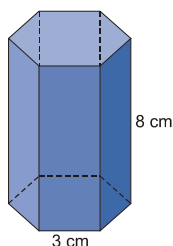
24.1 Halla la generatriz de un cono, sabiendo que su altura es de 8 cm y que la longitud de la base es de 18,84 cm.

24.2 Halla la superficie total en cada caso:

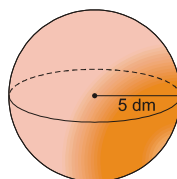
- Tetraedro regular de 4 cm de arista.
- Cilindro de altura 4 cm y cuyo radio de la base mide 2 cm.

24.3 Halla el área total de cada una de estas figuras:

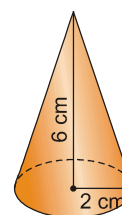
a)



b)



c)



24.4 Halla el volumen de las siguientes figuras:

- Un pirámide de 7 cm de altura, cuya base es un hexágono de lado 3 cm.
- Un cilindro de 5 cm de altura, cuyo radio de la base mide 2 cm.
- Un cono con 2 cm de radio de la base y 5 cm de altura.
- Un prisma de base cuadrada, de 6 cm de altura, cuyo lado de la base mide 3 cm.